

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

**Vývoj uchytenia testovacieho zariadenia  
pre kontrolu odolnosti svorky stabilizátoru**

Development of a Stabilizer Clamp Test Rig  
Fixation to Consider the Local Stiffness of a  
Sub Frame in the Endurance Validation

Študent:

Bc. Marek Konečný

Vedúci diplomovej práce:

doc. Ing. Jiří Podešva, Ph. D

Ostrava 2019

# Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Marek Konečný**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika  
Téma: **Vývoj uchycení testovacího zařízení pro kontrolu odolnosti svorky stabilizátoru**  
**Development of a Stabilizer Clamp Test Rig Fixation to Consider the Local Stiffness of a Sub Frame in the Endurance Validation**  
Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Úvod - popis problematiky
2. Analýza silového zatěžování svorky stabilizátoru
3. Analýza vlivu tloušťky uchycovací podkladové desky na výsledky simulace
4. Srovnání výsledků simulace s provedenými testy.
5. Závěr a doporučení

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Juliš K., Tepřík O., Slavík A. Statika. SNTL / Alfa, Praha 1987.
- [2] Hoschl C. Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL / Alfa, Praha, 1971.
- [3] Kolář V., Němec I., Kanický V. FEM Principy a praxe metody konečných prvků. Computer Press, 1997.
- [4] Kolář V., Kratochvíl J., Leitner F., Ženíšek A. Výpočet plošných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků. SNTL, Praha 1979.
- [5] Crisfield M. A. - Non-linear finite element analysis of solids and structures. John Wiley & Sons Ltd, Baffins Lane, Chichester, 1997.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.**

Datum zadání: 21.12.2018

Datum odevzdání: 20.05.2019

  
Ing. Martin Fusek, Ph.D.  
vedoucí katedry



  
prof. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

Miestoprísahažné prehlásenie študenta

Prehlasujem, že som celú diplomovú prácu vrátane príloh vypracoval samostatne pod vedením vedúceho diplomovej práce a uviedol som všetky použité podklady a literatúru.

V Ostrave .....  
17.5.2019

.....  
podpis študenta

Prehlasujem, že

- som bol zoznámený s tým, že na moju diplomovú prácu sa plne vzťahuje zákon č. 121/200 Zb. Zákon o práve autorskom, o právach súvisiacich s právom autorským a o zmene niektorých zákonov (ďalej iba Autorský zákon), hlavne § 35 (Použité diela v rámci občianskych či náboženských obradov alebo v rámci úradných akcií usporiadaných orgánmi verejnej správy, v rámci školských predstavení a použitím diela školského) a § 60 (Školské dielo),
- beriem na vedomie, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (ďalej len „VŠB-TUO“) má právo použiť túto záverečnú diplomovú prácu nekomerčne k svojej vnútornej potrebe (§ 35 ods. 3 Autorského zákona),
- ak bude vyžiadaný jeden výtlačok tejto diplomovej práce, bude uložený u vedúceho práce,
- s VŠB-TUO, v prípade záujmu z jej strany, uzavriem licenčnú zmluvu s oprávnením použiť toto dielo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- súhlasím s tým, že diplomová práca bude v elektronickej podobe uložená v Ústrednej knižnici VŠB-TUO k nahliadnutiu a jeden výtlačok bude uložený u vedúceho diplomovej práce. Súhlasím s tým, že údaje o kvalifikačnej práci budú zverejnené v informačnom systéme VŠB-TUO,
- použiť toto dielo alebo poskytnúť licenciu k jeho využitiu môžem len so súhlasom VŠB-TUO, ktorá je oprávnená v takom prípade odo mňa požadovať primeraný príspevok na úhradu nákladov, ktoré boli VŠB-TUO na vytvorenie diela vynaložené (až do ich skutočnej výšky),
- beriem na vedomie, že – podľa zákona č. 111/1998 Zb., o vysokých školách a o zmene a doplnení ďalších zákonov (zákon o vysokých školách), v znení neskorších predpisov – že táto diplomová práca bude pred obhajobou zverejnená na pracovisku vedúceho práce a v elektronickej podobe uložená a po obhajobe zverejnená v ústrednej knižnici VŠB-TUO, a to bez ohľadu na výsledok jej obhajoby.

V Ostrave 17.5.2019

Konečný

podpis

Meno a priezvisko autora práce:

Marek Konečný

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Kornica č. 934, 023 22 Klokočov

## **Anotácia diplomovej práce:**

Konečný, M. Vývoj uchytenia testovacieho zariadenia pre kontrolu odolnosti svorky stabilizátoru: diplomová práca. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojná, Katedra aplikovanej mechaniky, 2019, 40 s. Vedúci práce: doc. Ing. Podešva, J., Ph. D.

Diplomová práca je zameraná na analýzu vplyvu tuhosti podložia na životnosť svorky stabilizátoru a na vývoj testovacieho prípravku pre uchytenie svorky stabilizátoru. V práci sú spravené analýzy hrúbky dosky a rozmerov dosky na napätosť svorky. Následne je nájdená aproximačná závislosť medzi zaťažovacou silou a hrúbkou dosky, tak aby sme mohli určiť napätosť na svorke bez ďalších výpočtov. Pre overenie zmeny napätosti na svorke vplyvom hrúbky dosky je spravené testovanie a následné porovnanie s výpočtami. Nakoniec je navrhnutý nový testovací prípravok, vďaka ktorému môžeme testovať svorky na doskách rôznych rozmerov a tiež môžeme meniť natočenie svorky k smeru zaťaženia.

Kľúčové slová: svorka, stabilizátor, tuhosť, aproximačná závislosť, testovací prípravok.

## **Annotation of Master Thesis:**

Konečný, M. Development of a Stabilizer Clamp Test Rig Fixation to Consider the Local Stiffness of a Sub Frame in the Endurance Validation: Master Thesis. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of mechanical engineering, Department of Applied of Mechanics, 2019, 40 p. Thesis head: doc. Ing. Podešva, J., Ph. D.

The master thesis is focused on the analysis of the influence of the foundation stiffness on the life of the stabilizer clamp and on the development of a test fixture for fixing the stabilizer clamp. In the thesis is analysed the plate thickness and plate dimensions for clamp stress. Subsequently, an approximation dependence is found between the load force and the plate thickness, so that we can determine the stress on the clamp without further calculations. To verify the change stress on clamp due to plate thickness, is made testing and subsequent comparison with calculations. Finally, a new test fixture is designed to test the clamps on boards of different dimensions and, we can also change the rotation of the clamp to the load direction.

Keywords: clamp, stabilizer, stiffness, approximation dependence, test fixture.

# Obsah

<b>ZOZNAM POUŽITÝCH ZNAČIEK A SYMBOLOV .....</b>	<b>8</b>
<b>1 ÚVOD .....</b>	<b>10</b>
<b>2 TENZOMETRIA .....</b>	<b>11</b>
2.1 MERANIE ELEKTRICKÝMI ODPOROVÝMI TENZOMETRAMI .....	13
2.2 SPÔSOB MERANIA ODPORU TENZOMETROV .....	14
2.2.1 Nulová metóda .....	15
2.2.2 Výchylková metóda .....	15
2.3 SPÔSOBY ZAPOJENIA TENZOMETROV DO MOSTU .....	16
2.4 VPLYV VONKAJŠÍCH PODMIENOK NA TENZOMETRICKÉ MERANIA .....	18
2.4.1 Vlhkosť .....	18
2.4.2 Teplota .....	18
2.4.3 Hydrostatický tlak .....	18
2.4.4 Polomer zaoblenia krivých plôch .....	19
2.4.5 Rádioaktívne žiarenie .....	19
2.4.6 Cyklické zaťažovanie .....	19
2.5 VÝPOČET NAPÄTÍ ZO ZMERANÝCH DEFORMÁCIÍ .....	19
2.5.1 Jednoosá napätosť .....	19
2.5.2 Dvojosý stav napätosti – poznáme smery hlavných napätí .....	19
2.5.3 Dvojosý stav napätosti – nepoznáme smery hlavných napätí .....	20
2.6 APLIKÁCIA TENZOMETRA NA POVRCH SÚČASTI .....	22
<b>3 METÓDA KONEČNÝCH PRVKOV .....</b>	<b>23</b>
3.1 ÚVOD .....	23
3.1.1 Tuhostná matica MKP .....	24
3.1.1.1 Kontakty .....	27
3.1.2 Nelineárny materiál .....	28
3.1.3 Riešenie nelineárnej úlohy .....	28
<b>4 POPIS STABILIZÁTORU .....</b>	<b>30</b>
4.1 TYPY .....	30
4.1.1 Torzné stabilizátory .....	30
4.1.2 Kvapalinové stabilizátory .....	31
4.1.3 Elektronicky riadené stabilizátory .....	31
4.2 UCHYTENIE TORZNÉHO STABILIZÁTORA .....	31
<b>5 ÚVOD A SÚČASNÝ STAV PROBLEMATIKY .....</b>	<b>32</b>
<b>6 ANALÝZA VEĽKOSTI DOSKY NA NAPÄTOSŤ SVORKY .....</b>	<b>33</b>

7	ANALÝZA ZÁVISLOSTI TUHOSTI DOSKY NA NAPĚTOSTĚ SVORKY .....	34
8	TESTOVANIE .....	35
9	NÁVRH TESTOVACIEHO PRÍPRAVKU .....	36
10	ZÁVER.....	37
11	LITERATÚRA .....	38
12	PRÍLOHY .....	40

## Zoznam použitých značiek a symbolov

$A$	Matica súradníc uzlov	$[m]$
$B$	Matica tlmenia	
$D_s$	Determinant sústava pre Wheatstonov mostík	
$E$	Modul pružnosti	$[Pa]$
$F$	Silový vektor	$[N]$
$G$	Derivovaná matica tvarových funkcií	
$K$	Matica tuhosti	
$M$	Matica hmotnosti	
$N$	Matica tvarových funkcií	
$T$	Transformačná matica tuhosti	
$I, I_g$	Elektrický prúd	$[A]$
$Q$	Deformačná energia elementu	$[J]$
$U, U_M, U_B$	Elektrické napätie	$[V]$
$R, R_{1,2,3,4}$	Elektrický odpor	$[\Omega]$
$R_e$	Medza klzu	$[Pa]$
$R_m$	Medza pevnosti	$[Pa]$
$\Delta R$	Zmena elektrického odporu	$[\Omega]$
$\tilde{R}$	Iteračný zvyšok	
$S$	Prierez	$[m^2]$
$Z$	Matica bazových funkcií	
$k$	Deformačný súčiniteľ	$[1]$
$l$	Dĺžka	$[m]$
$p$	Konštanta	$[1]$
$p_h$	Hydrostatický tlak	$[Pa]$
$r$	Polomer prierezu	$[m]$
$\Delta r$	Zmena polomeru prierezu	$[m]$
$u$	Posun	$[m]$
$\alpha$	Vektor koeficientov mnohočlena	$[1]$
$\alpha_0$	Uhol hlavnej osi od osi x	$[rad]$
$\alpha_R$	Teplotný súčiniteľ elektrického odporu	$[K^{-1}]$



$\alpha_s$	Teplotný súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti súčasti	$[K^{-1}]$
$\alpha_v$	Teplotný súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti mriežky	$[K^{-1}]$
$\pi$	Potenciálna energia sústavy	$[J]$
$\rho$	Merný elektrický odpor	$[\Omega \cdot m^2 \cdot m^{-1}]$
$\varphi_i$	Uhol pomernej deformácie od osi x	$[rad]$
$\varepsilon, \varepsilon_{1,2,3,4,p,x,y,z}$	Pomerné predĺženie	$[1]$
$\sigma$	Napätie	$[Pa]$
$\mu$	Poissonovo číslo	$[1]$
$\gamma, \gamma_{xy}$	Zkos	$[1]$

# 1 Úvod

Stabilizátory sú dnes bežnou súčasťou vozidiel. Táto časť automobilu pomáha k lepšej ovládateľnosti vozidla, a to hlavne v zatáčkach a tiež pomáha vyrovnávať nerovnosti na vozovke. Stabilizátory sú k vozidlu pripevnené pomocou svoriek, ktorými sa táto práca zaoberá.

V práci je spravená analýza vplyvu hrúbky dosky na napätosť svorky. Týmto chceme zistiť, aký vplyv má tuhosť podložia na napätosť a tým aj na životnosť svoriek stabilizátorov, pretože je logické, že s meniacou sa tuhosťou podložia sa bude meniť aj napätie na svorke až po určitú hodnotu, kedy bude podložie natoľko tuhé, že s daným zaťažením sa toto napätie už nebude ďalej meniť a bude sa držať na konštantnej hodnote.

V práci chceme tiež zistiť, pri akom rozmere dosky už nebudú okrajové podmienky ďalej ovplyvňovať výpočet, pretože pri doterajších výpočtoch je okrajová podmienka zavedená na celý obvod dosky, čo pri malých rozmeroch dosky má značný vplyv na jej tuhosť, a tým aj na výpočet napätosti svorky.

V práci je vypočítaná funkčná závislosť medzi hrúbkou dosky a zaťažujúcou silou. Pomocou tejto závislosti sme potom schopný vypočítať, aké bude napätie na svorke pri zmene hrúbky dosky alebo pri zmene zaťažujúcej sily bez ďalších nutných numerických výpočtov. Postup nájdenia tejto závislosti sa dá následne aplikovať na rôzne výpočty svoriek.

Pre potvrdenie numerických výpočtov je spravené tiež testovanie svorky na doskách s rôznou hrúbkou. Výsledky testovania sú porovnané s numerickým výpočtom a následne je spravené zhodnotenie získaných výsledkov.

Nakoniec je v práci navrhnutý prípravok, vďaka ktorému budeme schopný testovať svorky stabilizátoru pri reálnejších podmienkach. Budeme schopný vykonávať testovanie na doskách o rôznych hrúbkach a rôznych rozmeroch, ktoré budú pre konkrétne prípady potrebné. Tento prípravok bude schopný natočiť svorku pri testovaní pod uhlom, aký bude zákazník potrebovať a to až do veľkosti  $45^\circ$ .

Táto diplomová práca je riešená pre potreby istej nemenovanej svetoznámej spoločnosti, ktorá sa zaoberá výrobou stabilizátorov a ďalších podvozkových komponentov.

## 2 Tenzometria

Tenzometrické metódy sú založené na meraní zmeny vzdialenosti dvoch bodov vplyvom jeho zaťaženia. Snímače, ktoré umožňujú tieto merania sa nazývajú tenzometre. Tenzometre môžeme podľa fyzikálneho princípu a spracovania snímaného signálu rozdeliť na:

- mechanické
- strunové
- opticko-mechanické
- fotoelasticimetrické
- pneumatické
- elektrické
- a iné.

V súčasnosti sú najpoužívanejšie elektrické tenzometre, ktorým sa budeme venovať v nasledujúcom texte.

Elektrické tenzometre patria k najrozšírenejším tenzometrom, hlavne kvôli ich výhodám oproti ostatným druhom tenzometrických snímačov. Pomocou elektrických tenzometrov môžeme okrem statických meraní merať aj dynamické deje. Tiež je možný diaľkový prenos nameraných údajov, môžeme merať deformácie na ťažko prístupných miestach a samozrejme ich veľkou výhodou je aj vysoká presnosť merania, viac obecných informácií o tenzometroch v lit. [2].

Elektrické tenzometre môžeme rozdeliť na:

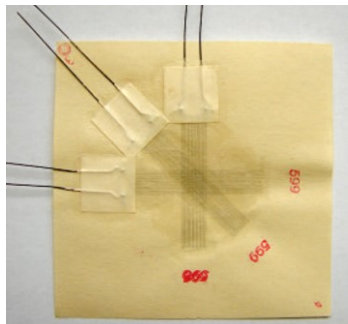
- indukčné, ktoré transformujú zmenu dĺžky na zmenu impedancie cievky, ktorou preteká prúd
- kapacitné, ktoré transformujú zmenu dĺžky na zmenu kapacity kondenzátora
- odporové, kde je zmena dĺžky transformovaná na zmenu odporu.

Z týchto tenzometrov sú najpoužívanejšie tenzometre odporové, ktoré fungujú na princípe zmeny odporu vplyvom zmeny dĺžky vodiča, ktorým preteká prúd. Podľa druhu materiálu, z ktorého je vodič vyrobený, môžeme tieto tenzometre rozdeliť na:

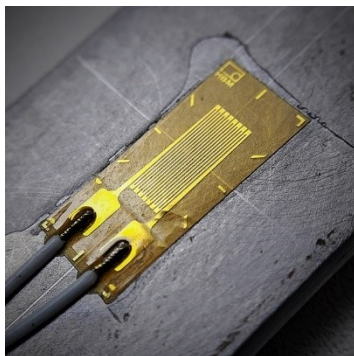
- uhlíkové
- polovodičové
- kovové.

V tomto texte sa pozrieme viac iba na kovové tenzometre. Kovové tenzometre môžeme ešte rozdeliť na drôťkové (viď Obr. 1) a fóliové (viď Obr. 2). Drôťkové tenzometre sú zhotovené

z tenkého drôtu o priemere 0,01 – 0,03 mm najčastejšie z konštantanu (60% Cu, 40% Ni). Konštantan sa používa hlavne kvôli dobrej linearite medzi zmenou odporu a pomerným predĺžením a tiež kvôli malému koeficientu teplotnej rozťažnosti. Drôty sú prilepené na nevidovej podložke (špeciálny papier). [1]



Obr. 1 Drôtikový tenzometer [1]



Obr. 2 Fóliový tenzometer

Zdroj: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Strain\\_gauge\\_.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Strain_gauge_.jpg)

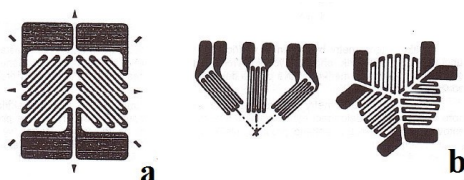
Dnes sú najrozšírenejšou skupinou fóliové tenzometre. Sú zhotovené fotochemickým spôsobom. Hrúbka fólie sa pohybuje od 5 do 15  $\mu\text{m}$ . Výhodou oproti drôtovým tenzometrom je jednoduchšia výroba tvarovo zložitých snímačov, lepší odvod tepla a tým aj zvýšená citlivosť. [1]

Pre rôzne merania sa používajú rôzne druhy tenzometrov:

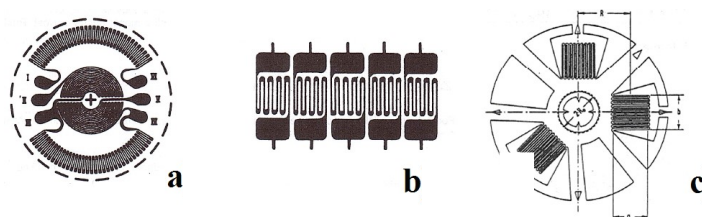
- Jednoduché tenzometre pre meranie deformácie v jednom smere (Obr. 3 a).
- Tenzometrické kríže pre meranie deformácie v dvoch rôznych smeroch (Obr. 3 b).
- Tenzometrické šípky, ktoré sa používajú pre meranie šmykových napätí a krútiacich momentov (Obr. 4 a).
- Tenzometrické ružice pre získanie veľkosti a smeru hlavných napätí na povrchu súčasti (Obr. 4 b).
- Membránové tenzometre pre meranie na membránach (Obr. 5 a).
- Tenzometrické reťazce pre meranie gradientu napätia (Obr. 5 b).
- Ružice pre meranie zbytkových napätí (Obr. 5 c). [1]



Obr. 3 Jednoduchý tenzometer a tenzometrický kríž [1]



Obr. 4 Tenzometrický šíp a tenzometrická ružica [1]



Obr. 5 Membránový tenzometer, tenzometrický reťazec a tenzometrická ružica na meranie zbytkových napätí [1]

## 2.1 Meranie elektrickými odporovými tenzometrami

Z fyziky vieme, že elektrický odpor závisí na dĺžke vodiča a na jeho priereze. Vzťah, ktorý túto závislosť definuje môžeme vidieť v rovnici (2.1).

$$R = \frac{l}{S} \cdot \rho \quad (2.1)$$

Ďalej môžeme uvažovať, že všetky veličiny v rovnici sú premenné a vzťah môžeme upraviť na tvar rovnice (2.2).

$$dR = \frac{dl}{S} \cdot \rho + \frac{l}{S} \cdot d\rho - \frac{l}{S^2} \cdot \rho \cdot dS \quad (2.2)$$

Ďalej z tejto rovnice môžeme dostať vzťah (2.3).

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dS}{S} \quad (2.3)$$

Vieme, že pomerné predĺženie sa dá vypočítať podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\frac{dl}{l} = \varepsilon. \quad (2.4)$$

Uvažujme tiež pomernú zmenu odporu lineárne závislú na pomernom predĺžení.

$$\frac{d\rho}{\rho} = p \cdot \varepsilon \quad (2.5)$$

Zmenu prierezu kruhového vodiča vypočítame ako rozdiel prierezov po a pred deformáciou, vid' rovnica (2.6).

$$\begin{aligned} dS &= \pi \cdot (r - \Delta r)^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2 \cdot \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right)^2 - S \\ &= S \cdot (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 - S = -2 \cdot \mu \cdot \varepsilon \cdot S \end{aligned} \quad (2.6)$$

Teraz môžeme upraviť rovnicu (2.3) na nasledujúci tvar:

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon + p \cdot \varepsilon + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot (1 + p + 2 \cdot \mu) = k \cdot \varepsilon. \quad (2.7)$$

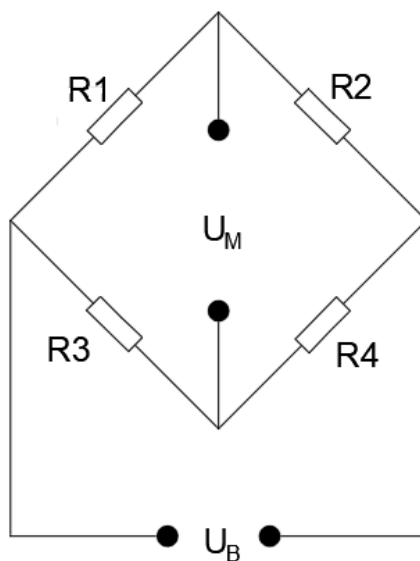
Súčiniteľ  $k$  v rovnici (2.7) sa nazýva deformačný súčiniteľ. Tento súčiniteľ je nutné stanoviť experimentálne cejchovným meraním. Pre väčšinu dostupných materiálov býva rovný dvom.

Pre konečnú pomernú zmenu odporu môžeme napísať výraz (2.8).

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon. \quad (2.8)$$

## 2.2 Spôsob merania odporu tenzometrov

Vplyvom zaťaženia sa meraná súčasť deformuje. Dochádza aj k deformácii povrchu súčasti a dôsledkom pripevnenia tenzometra na povrch súčasti sa deformuje aj tento tenzometer. Vplyvom tejto deformácie dochádza k zmene odporu tenzometra. Keďže deformácie súčastí bývajú malé, tak aj zmena odporu, ktorá nastáva vplyvom tejto deformácie je tiež veľmi malá. Pre meranie takýchto malých zmien odporu sa používa Wheatstonov mostík, ktorý môžete vidieť na Obr. 6.



Obr. 6 Wheatstonov mostík

Pri napájaní mostíka jednosmerným prúdom s konštantným napätím  $U_B$  sú závislosti medzi napätiami, prúdmi a odpormi dané Kirchhoffovými zákonmi. Z nich dostaneme sústavu rovníc, z ktorej pre vyrovnaný mostík a pre nulovú hodnotu  $I_g$  musí platiť rovnica (2.9).

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 \quad (2.9)$$

Pre praktické meranie je vhodné aby  $R_1 = R_2$  a  $R_3 = R_4$  alebo aby všetky odpory boli rovnaké. Deformované tenzometre sa označujú ako tenzometre aktívne. Tenzometre, ktoré bývajú nalepené mimo zaťažovanú súčasť, ale v jej blízkosti a na rovnakom materiáli ako meraná súčasť sa označujú ako tenzometre kompenzačné. Pre meranie zmeny odporu sa používajú dve metódy:

- nulová
- výchylková.

### 2.2.1 Nulová metóda

Pri tejto metóde je potrebné mostík pred aj po zaťažení vyvážiť. Preto je táto metóda vhodná pre statické zaťaženia. Pred aj po zaťažení musí platiť rovnica (2.9).

Princíp merania nulovej metódy je nasledovný. Pri zmene zaťaženia dôjde k zmene odporu u aktívnych tenzometrov. Uvažujme, že dôjde k zmene odporu len na tenzometri  $R_1$ . Aby sme znova vyvážili Wheatstonov mostík musíme zmeniť hodnotu odporu napríklad na tenzometri  $R_2$  potom musí platiť vzťah (2.10).

$$(R_1 + \Delta R_1) \cdot R_4 = (R_2 + \Delta R_2) \cdot R_3 \quad (2.10)$$

Z tejto rovnice dostaneme zmenu odporu, ktorá nastane na tenzometre  $R_1$ .

$$\Delta R_1 = \frac{(R_2 + \Delta R_2) \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{R_4} = \frac{\Delta R_2 \cdot R_3}{R_4} \quad (2.11)$$

Výhodou nulovej metódy je, že meranie nezávisí na kolísaní napätia  $U_B$ . Nevýhodou tohto merania je, že nie je možné merať dynamické zaťažovania.

### 2.2.2 Výchylková metóda

Tato metóda sa používa pri dynamických meraniach. Zmena odporu aktívneho tenzometra sa odvodzuje od zmenu prúdu  $I_g$  pretekajúceho galvanometrom. Pri zmene odporu  $R_1$  o hodnotu  $\Delta R_1$  bude galvanometrom pretekať prúd:

$$\begin{aligned} I_g + \Delta I_g &= \frac{U_B}{D_s} [(R_1 + \Delta R_1)R_4 - R_2R_3] \\ &= \frac{U_B}{D_s} (R_1R_4 - R_2R_3) - \frac{U_B}{D_s} R_4\Delta R_1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ak bol mostík pred meraním vyvážený, potom platí:

$$\Delta I_g = \frac{U_B}{D_s} R_4 \Delta R_1 = konst. \cdot \Delta R_1. \quad (2.13)$$

Zmena odporu je priamoúmerná zmene prúdu pretekajúceho galvanometrom. Pri meraní treba zaistiť, aby nedochádzalo ku kolísaniu napájacieho napätia  $U_B$ .

Výstupný signál z mostíka je veľmi slabý a meria sa buď prúd  $I_g$ , potom ide o meranie s prúdovým výstupom, alebo sa meria napätie  $U_M$  a potom hovoríme o meraní s napäťovým výstupom. Výstupný signál je nutné pre ďalšie spracovanie na počítačoch zosilniť pomocou tranzistorových zosilňovačov.

## 2.3 Spôsoby zapojenia tenzometrov do mostu

Aktívne a kompenzačné tenzometre môžeme do mostu zapojiť rôznymi spôsobmi. Týmto dosiahneme potlačenie nežiadúcich vplyvom na meranie. Potlačíme meranie namáhání, ktoré nás v danom meraní nezaujímajú, vplyv teploty a i. Rozlišujem tri základné spôsoby zapojenia do mostov:

- štvrt'most
- polmost
- plný most.

Štvrt'most je tvorený jedným aktívnym tenzometrom a ostatné tri môžu byť kompenzačné, alebo dva sú pevné odpory a jeden je kompenzačný. Pre výsledný signál štvrt' mostu platí nasledujúca rovnica.

$$U_m = \frac{U_B}{4} \cdot k \cdot \varepsilon_1 \quad (2.14)$$

U polmostu máme dva aktívne tenzometre ostatné dva môžu byť buď kompenzačné tenzometre, alebo ako pevné odpory. Pre tento prípad platí rovnica (2.15).

$$U_m = \frac{U_B}{2} \cdot k \cdot \varepsilon_1 \quad (2.15)$$

U plného mostu sú všetky štyri tenzometre aktívne a pre tento most platí:

$$U_m = U_B \cdot k \cdot \varepsilon_1. \quad (2.16)$$

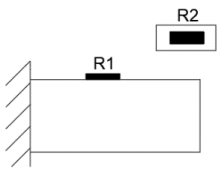
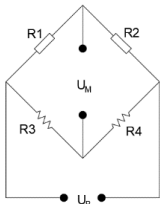
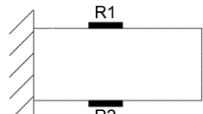
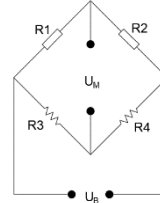
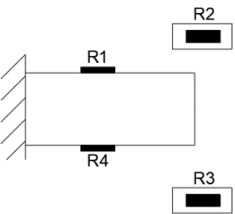
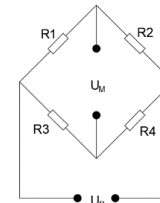
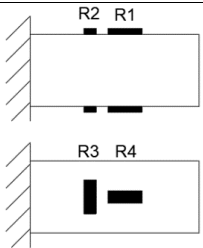
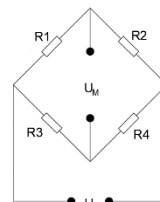
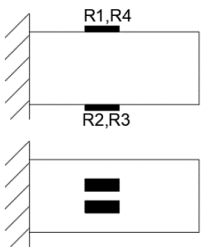
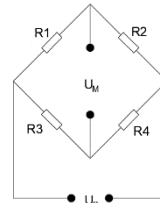
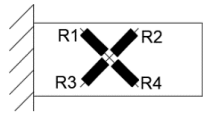
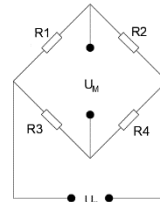
Vplyv teploty je u plného mostu kompenzovaný vždy.

Tenzometre u plného mostu môžeme zapojiť rôzne podľa toho aký druh namáhania chceme merať vid' Tab. 1. Výsledný signál potom dostaneme zo vzťahu (2.17).

$$U_m = \frac{U_B}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4) \quad (2.17)$$



Tabuľka 1 Zapojenie do Wheastonovho mostíka

Veličina	Nalepenie	Zapojenie	Deformácia	Poznámka
Napätie (ťah + ohyb)			$\varepsilon = \varepsilon_t + \varepsilon_o$ $= \frac{4}{k} \cdot \frac{U_M}{U_B}$	Štvrt'most, teplota kompenzovaná
Ohyb			$\varepsilon = \varepsilon_o =$ $= \frac{2}{k} \cdot \frac{U_M}{U_B}$	Polmost, teplota kompenzovaná, ťah alebo tlak kompenzovaný
Sila			$\varepsilon = \varepsilon_t =$ $= \frac{2}{k} \cdot \frac{U_M}{U_B}$	Polmost, teplota kompenzovaná, ohyb kompenzovaný
Sila			$\varepsilon = \varepsilon_t =$ $= \frac{1}{2 \cdot (1 + \mu)}$ $\cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_M}{U_B}$	Celý most, teplota kompenzovaná, ohyb kompenzovaný
Ohyb			$\varepsilon = \varepsilon_o =$ $= \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_M}{U_B}$	Celý most, teplota kompenzovaná, ťah kompenzovaný
Krútenie			$\varepsilon = \varepsilon_k =$ $= \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_M}{U_B}$	Celý most, teplota kompenzovaná, ohyb kompenzovaný

## 2.4 Vplyv vonkajších podmienok na tenzometrické merania

Tenzometrické merania môžu byť značne ovplyvnené vonkajšími podmienkami, pri ktorých sú merania uskutočňované. Môžu to byť:

- vlhkosť
- teplota
- hydrostatický tlak
- polomer zaoblenia krivých plôch
- rádioaktívne žiarenie
- cyklické zaťažovanie.

### 2.4.1 Vlhkosť

Vlhkosť môže značne skresliť meranie v dôsledku zníženia izolačného odporu tenzometra od meranej súčasti. Tenzometre sa už vyrábajú chránené proti vlhkosti, alebo sa používajú ochranné laky, ktoré zabránia tomuto nepriaznivému efektu.

### 2.4.2 Teplota

Pri zmene teploty v miestach, kde je nalepený tenzometer dochádza k predlžovaniu vodičov a tým aj k zmene odporu, dôsledkom čoho sa dostáva do merania značná nepresnosť. Pomerná zmena odporu na zmene teploty je daná vzťahom (2.18).

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_t = [\alpha_R + k \cdot (\alpha_s - \alpha_v)] \cdot \Delta T = \alpha_c \cdot \Delta T. \quad (2.18)$$

$\alpha_R$  je teplotný súčiniteľ elektrického odporu materiálu mriežky tenzometra a  $\alpha_s$  a  $\alpha_v$  sú teplotné súčinitele dĺžkovej rozťažnosti materiálu súčasti a materiálu mriežky.

Vplyv teploty je nutné eliminovať, čo môžeme dosiahnuť rôznymi metódami.

1. Použitím samokompenzačných tenzometrov, ktoré sú vyrobené z materiálov, ktoré majú hodnotu pomernej zmeny odporu vplyvom teploty veľmi malú.
2. Použitím kompenzačných tenzometrov, ktoré sú zapojené do meracieho mostu. U týchto tenzometrov dochádza k zmene odporu len vplyvom teploty. Tieto tenzometre sú uchytené blízko aktívnych tenzometrov, aby teploty aktívnych a kompenzačných tenzometrov boli rovnaké.

### 2.4.3 Hydrostatický tlak

Hydrostatický tlak, ktorý pôsobí na tenzometre behom merania, skresľuje výsledné namerané hodnoty tým, že ovplyvňuje hodnotu pomerných deformácií. Preto musíme

namerané hodnoty pomerných deformácií korigovať a to tak, že od nich odčítame hodnotu z rovnice (2.19).

$$\varepsilon_p = \frac{p_h}{E} \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \quad (2.19)$$

#### 2.4.4 Polomer zaoblenia krivých plôch

Polomer zaoblenia plôch, na ktoré sa tenzometre nalepia, tiež ovplyvňujú namerané hodnoty. Výrobcovia tenzometrov udávajú minimálne hodnoty zaoblenia, na ktoré je ešte možné nalepiť tenzometre bez značného ovplyvnenia výsledkov. Na menšie polomery sa tenzometre musia potom tvarovať.

#### 2.4.5 Rádioaktívne žiarenie

Rádioaktívne žiarenie znižuje izolačný odpor snímačov a spôsobuje zmenu odporu ich vinutia, preto môže byť takéto meranie len krátkodobé.

#### 2.4.6 Cyklické zaťažovanie

Cyklické zaťažovanie môže viesť k porušeniu únavou ako u klasických materiálov. Popredný výrobcovia udávajú minimálnu cyklickú odolnosť tenzometrov.

### 2.5 Výpočet napätí zo zmeraných deformácií

Pre spôsob vyhodnocovania môžu nastať tri prípady. Môže vzniknúť jednoosá napätosť, dvojosá napätosť, kedy poznáme smery hlavných napätí alebo dvojosá napätosť, kedy nepoznáme smery hlavných napätí.

#### 2.5.1 Jednoosá napätosť

Vieme, že v meranom mieste je jednoosá napätosť a poznáme smer tohto napätia. Nalepíme tenzometer v smere tohto napätia. Pre výpočet nám stačí požiť Hookov zákon.

$$\sigma_1 = E \cdot \varepsilon_1 \quad (2.20)$$

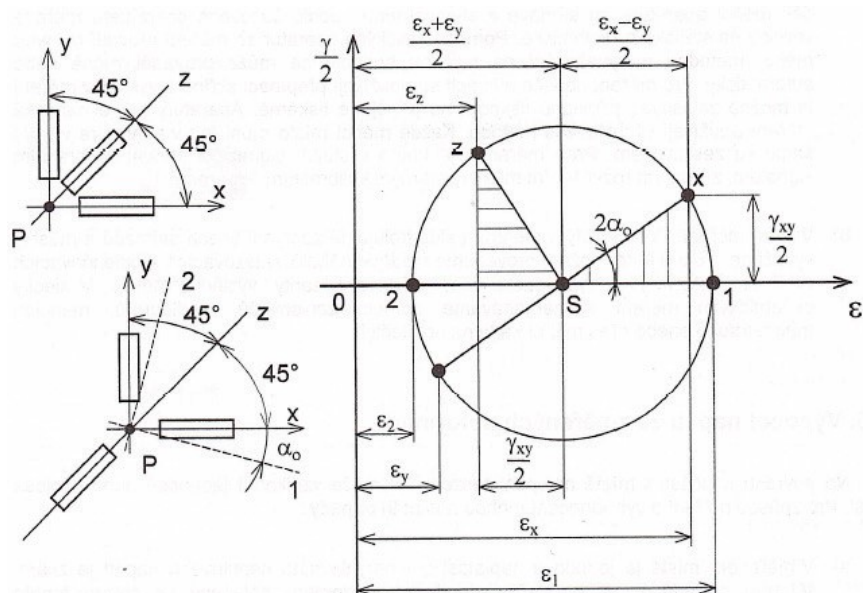
#### 2.5.2 Dvojosý stav napätosti – poznáme smery hlavných napätí

V tomto prípade poznáme smery hlavných napätí napríklad z predchádzajúceho merania, ktoré sme určili pomocou fotoelasticimetrie alebo metódou krehkých lakov. V tomto prípade pre meranie použijeme tenzometrický kríž, ktorý je nalepený v smere hlavných napätí. Veľkosť napätí vypočítame z obecného Hookovho zákona pre rovinnú napätosť.

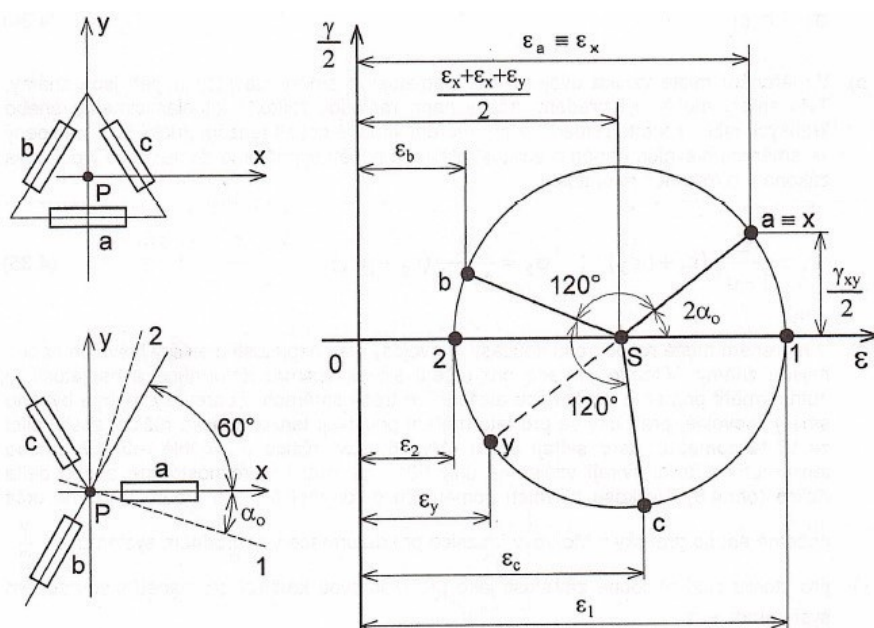
$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_2 + \mu \cdot \varepsilon_1) \quad (2.21)$$

### 2.5.3 Dvojosý stav napätosti – nepoznáme smery hlavných napätí

Pre prípad, kedy pri dvojosovej napätosti nepoznáme smery hlavných napätí musíme zmerať deformácie aspoň v troch smeroch. Pre tento prípad sa používajú tenzometrické ružice, ktoré sú zložené z troch tenzometrov. Smery týchto tenzometrov môžu byť rôzne, ale v praxi sa používajú pravouhlé ružice, vid' Obr. 7. Uhly medzi týmito tenzometrami sú  $45^\circ$ . Alebo sa používajú rovnostranné ružice, vid' Obr. 8, kde uhly medzi tenzometrami sú  $60^\circ$ . Veľkosť hlavných napätí sa zistí buď graficky z mohrovej kružnice alebo výpočtom.



Obr. 7 Pravouhlá tenzometrická ružica [1]



Obr. 8 Rovnostranná tenzometrická ružica [1]

### Výpočet pre pravouhlú ružicu

Z obr. 9 je vidieť, že potrebnú hodnotu  $\frac{\gamma}{2}$  dostaneme podľa vzťahu (2.22).

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \varepsilon_z = \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_z) + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)}{2} \quad (2.22)$$

Pre veľkosť hlavných deformácií platí nasledujúci výraz.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,2} &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \varepsilon_z\right)^2} = \\ &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Veľkosť hlavných napätí vypočítame z obecného Hookovho zákona.

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2} \cdot \left[ \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{1 - \mu} \pm \frac{\sqrt{2}}{1 + \mu} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2} \right] \quad (2.24)$$

Pre veľkosť uhla  $\alpha_0$  platí vzťah:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \right) = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_z) + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \right) \quad (2.25)$$

### Výpočet pre rovnostrannú tenzometrickú ružicu

Pre odvodenie vzťahov využijeme Obr. 10 a vzťah (2.26) pre veľkosť pomernej deformácie v smere odklonenom od osi x o uhol  $\varphi_i$ .

$$\varepsilon_{\varphi_i} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cdot \cos(2\varphi_i) - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin(2\varphi_i) \quad (2.26)$$

Pomocou rovnice (2.26) môžeme vyjadriť pomerné deformácie v smere nalepených tenzometrov b a c, potom môžeme vyjadriť skos  $\gamma_{xy}$ .

$$\frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_b}{\sqrt{3}} \quad (2.27)$$

A veľkosť pomernej deformácie v smere osi y sa spočíta podľa vzťahu (2.28).

$$\varepsilon_y = \frac{2 \cdot (\varepsilon_b + \varepsilon_c) - \varepsilon_a}{3} \quad (2.28)$$

Teraz môžeme vypočítať veľkosť hlavných deformácií.

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2} \quad (2.29)$$

Veľkosť uhla medzi smerom jedného hlavného napätia a osou x vypočítame podľa vzťahu (2.30).

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \right) = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{3} \cdot (\varepsilon_b - \varepsilon_c)}{(\varepsilon_a - \varepsilon_b) + (\varepsilon_a - \varepsilon_c)} \right) \quad (2.30)$$

## 2.6 Aplikácia tenzometra na povrch súčasti

Na úpravu povrchu pred samotným čistením budeme potrebovať kvalitný odmasťovací prostriedok (CSM odmasťovače alebo izopropylalkohol), brusný papier s karbidom kremíku o zrnitosti 320 a 400, M-Prep kondicionér A, M-Prep neutralizér 5A, vatové tyčinky, gázové tampóny, ceruzku 4H, pinzetu, lepiacu pásku, lepidlá M-Bond 200 adhézne a s katalyzátorom.

### Úprava povrchu

Ako prvé odmastíme povrch odmasťovacím prostriedkom. Na tampón nastriekame odmasťovací prostriedok alebo ho namočíme do rozpúšťadla, ale rozpúšťadlo musíme mať odliate v samostatnej nádobe. Očistíme povrch súčasti, tak aby bol čo najlepšie zbavený všetkých mastnôt. Potom ešte pretrieme povrch súčasti suchou hubkou, aby sme dokonale očistili povrch a zbavili ho aj odmasťovacieho prostriedku. Pri čistení každý tampón použijeme iba raz a vždy ho po použití vyhodíme. Pre ďalšie čistenie použijeme nový gázový tampón. K odmasťovaniu nie sú vhodné chlórované uhľovodíky, pretože pri pôsobení svetla majú korozívne účinky, ktoré sa potom ťažko odstraňujú. Musia sa používať rozpúšťadlá, ktoré sa odparujú bezo zvyškov. Najlepšie tie ktoré už boli uvedené. Dá sa skontrolovať, či používame dobrý odmasťovací prostriedok a to tak, že na povrch, na ktorom je možné vytvoriť súvislý vodný film sa naniesie rozpúšťadlo. Po jeho odparení musí byť znova možné vytvoriť súvislý vodný film.

V ďalšom kroku povrch súčasti obrúsime nasucho karbidovým papierom zrnitosti 320. Potom polejeme povrch súčasti kondicionérom a prebrúsime povrch znova karbidovým papierom o zrnitosti 320. Povrch očistíme suchým gázovým tampónom a následne povrch prebrúsime karbidovým papierom o zrnitosti 400, ale na povrchu je zas nanosený kondicionér A. Ďalej povrch očistíme gázovým tampónom a vhodným rozpúšťadlom tak, aby sme povrch zbavili všetkých nečistôt. Každý tampón môžeme použiť iba raz. Čistotu plochy skontrolujeme tak, že ak na povrch nalejem trocha vody a ak sa vytvorí súvislý vodný film, tak v tomto prípade je povrch dostatočne čistý a môžeme pokračovať.

Ďalej použijeme ceruzku 4H, ktorou vytvoríme značky na vzorke. Kde chceme pripevniť tenzometer. Použijeme kondicionér A, povrch očistíme vatovými tyčinkami a nakoniec gázovým tampónom.

Aplikujeme neutralizér 5A a očistíme povrch vatovými tyčinkami. Nakoniec použijeme gázový tampón.

## Nalepenie tenzometra na povrch súčasti

Pred nalepením tenzometra na povrch súčasti ho opatrne chytíme pinzetou za jeden roh a položíme ho na predom dokonale očistenú voľnú plochu blízko súčasti na ktorú ho budeme lepiť. Teraz lepiacou páskou prelepíme tenzometer. Odlepíme od povrchu lepiacu pásku. Tenzometer by mal ostať prilepený na lepiacej páske. Lepiacu pásku s tenzometrom prilepíme na povrch súčasti, kde chceme merať. Opatrne odlepíme časť s tenzometrom od povrchu. Na povrch tenzometra nanesieme lepidlo M-Bond 200 s katalyzátorom, pretože rýchlejšie tvrdne ako adhézne lepidlo M-Bond 200.

V mieste ohybu pásky, kde sa dotýka povrchu súčasti nanesieme jednu, alebo dve kvapky adhézneho lepidla M-Bond 200. Malo by to byť približne 13 mm mimo skutočnej aplikácie tenzometra. Malo by nám to zaistiť, že sa nevytvorí nerovnomernosť vo vrstve lepidla.

Hneď na to sa snažíme prilepiť pásku rovnomerne k povrchu súčasti a to tak, že ju napneme približne pod uhlom  $30^\circ$  a jemne ju prilepíme k povrchu. Vrstva lepidla by mala byť tenká a rovnomerná.

Ďalej tlačíme palcom na tenzometer najmenej 1 minútu. V prípade ak je teplota prostredia pod  $20^\circ\text{C}$  tlačíme palcom niekoľko minút.

Teraz môžeme odstrániť pásku. Nemusíme ju odstraňovať hneď. Páska nám poskytuje mechanickú ochranu. Stačí ju odstrániť vtedy, keď budeme chcieť pripojiť vodiče k tenzometru. Vodiče k tenzometru pripájame mäkkou spájkou alebo tavným privarením vodiča k medenému vodiču tenzometra. Prvý spôsob je odolný do teplôt 110 až  $220^\circ\text{C}$ , druhý spôsob je odolný až do  $370^\circ\text{C}$ .

Nakoniec použijeme špeciálny ochranný gél, ktorý dodávajú výrobcovia tenzometrov. Tento gél vytvorí ochranný povlak, ktorý chráni tenzometer pred poškodením od vonkajších vplyvov. Pre krátkodobé merania stačí náter olejovou farbou. Viac o inštalácii tenzometrov na povrch súčasti v lit. [3] a [4].

## 3 Metóda konečných prvkov

### 3.1 Úvod

Metóda konečných prvkov (MKP) je numerická metóda, pomocou ktorej sa snažíme čo najreálnejšie popísať priebeh napätí, deformácií, vlastných frekvencií, prúdenia a i. na vytvorenom fyzikálnom modeli počas jeho zaťažovania.

Metóda konečných prvkov (MKP) vznikla z dôvodu narastajúcej zložitosti inžinierskych úloh, ktoré už bolo veľmi zložité alebo dokonca nereálne riešiť analytickým spôsobom na papieri. Pred príchodom MKP vedci vytvárali postupy, ktorými sa dali riešiť zložitejšie úlohy. Môžeme ich nazvať ako maticové metódy mechaniky. Tu boli zahrnuté silové metódy, kde neznámymi je silové zaťaženie, ktoré riešime zo známych posuvov alebo deformačné metódy, kde sú neznáme posuvy, ktoré hľadáme zo známeho zaťaženia. Dnes väčšina programov MKP využíva deformačnú metódu. Základná myšlienka MKP sa objavila v 40. rokoch 20. storočia. Počiatky vzniku metódy konečných prvkov sa pripisujú Alexandrovi Hrennikoffovi a Richardovi Cournatovi. Prístupy oboch vedcov boli odlišné, ale obe metódy rozdeľovali spojitú oblasť na jednotlivé podoblasti, čo sa stalo základom metódy konečných prvkov. Veľký rozvoj MKP nastal na konci 50. a začiatkom 60. rokov, čo súviselo s rozvojom počítačovej techniky.

Metóda konečných prvkov nám poskytuje značné možnosti v riešení zložitých úloh, ale musíme k tejto metóde pristupovať opatrne. Treba si uvedomiť, že programy, ktoré riešia úlohy pomocou MKP sú softvéry, ktoré počítajú na základe vstupných dát, ktoré im dá užívateľ. Je samozrejmé, že ak program dostane zlé vstupné údaje, vyhodí zlé výsledky. Preto je potrebné mať základné znalosti o MKP.

MKP môžeme zhrnúť do nasledujúcich krokov:

1. Diskretizácia spojitej oblasti na jednotlivé podoblasti, tzv. elementy.
2. Zostavenie matematických rovníc popisujúcich správanie jednotlivých elementov.
3. Zostavenie rovnice pre celú oblasť.
4. Aplikácia okrajových podmienok.
5. Riešenie rovnice s aplikovanými okrajovými podmienkami.
6. Dopočítanie sekundárnych neznámych, napr. napätí a pretvorení.

### 3.1.1 Tuhostná matica MKP

Táto práca je zameraná na analýzu vplyvu tuhosti podkladu na výpočet životnosti svorky stabilizátoru. Preto bude táto kapitola zameraná na bližšie zoznámenie sa s tuhostnou maticou, ktorá sa využíva v MKP.

Na začiatku si ukážeme, odvodenie výpočtu tuhostnej matice. Ako prvé si musíme počítanú oblasť rozdeliť na jednotlivé elementy, pre ktoré sa počíta tuhostná matica. Až neskôr sa jednotlivé tuhostné matice spoja do jednej globálnej matice tuhosti pre celú riešenú úlohu. Treba si uvedomiť, že poznáme iba hodnoty posunu elementu v uzlových bodoch. Mimo uzlových bodov dokážeme získať iba riešenie pomocou aproximácie. Pre aproximačné funkcie



sa používajú mnohočleny, s ktorými sa dobre pracuje. Obecný zápis takto aproximovaných popisov môžete vidieť v nasledujúcej rovnici.

$$\{u\}^{(e)} = [Z]^{(e)} \cdot \{\alpha\}^{(e)} \quad (3.1)$$

Kde  $\{u\}^{(e)}$  sú neznáme posuvy elementu,  $[Z]^{(e)}$  je matica bázových funkcií elementu a  $\{\alpha\}^{(e)}$  je vektor obsahujúci koeficienty mnohočlenu.

Uvedomíme si, že táto rovnica musí platiť aj pre posuvy v uzloch.

$$\{u_i\}^{(e)} = [A]^{(e)} \cdot \{\alpha\}^{(e)} \quad (3.2)$$

Matica  $[A]^{(e)}$  obsahuje hodnoty súradníc uzlov elementu.

Z rovnice (3.2) môžeme vyjadriť vektor  $\{\alpha\}^{(e)}$ :

$$\{\alpha\}^{(e)} = [A]^{-1(e)} \cdot \{u_i\}^{(e)}, \quad (3.3)$$

ktorý teraz dosadíme do rovnice (3.1) dostaneme výraz (3.4).

$$\{u\}^{(e)} = [Z]^{(e)} \cdot [A]^{-1(e)} \cdot \{u_i\}^{(e)} = [N]^{(e)} \cdot \{u_i\}^{(e)} \quad (3.4)$$

Kde matica  $[N]^{(e)}$  je matica tvárových funkcií elementu.

Ďalej si uvedomíme, že použitím Cauchyho vzťahov, môžeme pre pretvorenie napísať vzťah (3.5).

$$\{\varepsilon\}^{(e)} = [\partial]\{u\}^{(e)} = [\partial][N]^{(e)} \cdot \{u_i\}^{(e)} = [G]^{(e)} \cdot \{u_i\}^{(e)} \quad (3.5)$$

Kde matica  $[G]^{(e)}$  je derivovaná matica tvárových funkcií.

Pre odvodenie matice tuhosti použijeme vzťah pre deformačnú energiu elementu. Vychádzame z poznatkov pružnosti.

$$Q^{(e)} = \frac{1}{2} \cdot \iiint_{V^{(e)}} \{\varepsilon\}^{(e)T} \cdot \{\sigma\}^{(e)} \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot \iiint_{V^{(e)}} \{\varepsilon\}^{(e)T} \cdot E \cdot \{\varepsilon\}^{(e)} \cdot dV \quad (3.6)$$

Po dosadení vzťahu (3.5) do rovnice (3.6) a po úpravách dostaneme nasledujúci výraz.

$$Q^{(e)} = \frac{1}{2} \{u_i\}^{(e)T} \cdot \left( \iiint_{V^{(e)}} [G]^{(e)T} \cdot E \cdot [G]^{(e)} \cdot dV \right) \cdot \{u_i\}^{(e)} \quad (3.7)$$

Posuvy sú konštantné, preto boli vyňaté z integrálu. Samotný integrál predstavuje maticu tuhosti elementu, čo môžeme zapísať nasledujúcou rovnicou.

$$[K]^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} [G]^{(e)T} \cdot E \cdot [G]^{(e)} \cdot dV \quad (3.8)$$

Týmto postupom dostaneme maticu tuhosti pre jednotlivé elementy. Aby sme dostali maticu tuhosti celého riešeného systému, musíme jednotlivé matice tuhosti posčítať. Toto sa

ale nedeje obyčajným postupom sčítania matic. Ako prvé pri zostavovaní globálnej matice si musíme uvedomiť, že matice tuhosti boli zostavené pre jednotlivé elementy. Každý element nemusí mať rovnako orientovaný svoj lokálny súradnicový systém. Preto, pred samotným zostavením globálnej matice je nutné urobiť transformáciu matic jednotlivých elementov do globálneho súradného systému, čím sa dosiahne rovnaká orientácia posuvov pre všetky elementy. Toto sa robí pomocou transformačných matic  $[T]$ .

$$[K] = [T] \cdot [K]^{(e)} \cdot [T]^T \quad (3.9)$$

Ďalej samotné sčítanie už takto transformovaných matic sa robí nasledovným postupom. Vytvorí sa nulová matica o rozmeroch aké bude mať globálna matica tuhosti. Globálna matica tuhosti je štvorcová matica o rozmeroch podľa počtu deformačných parametrov. Potom sa do tejto matice priradujú prvky z matic jednotlivých elementov na pozície, ktoré určujú tzv. kódové čísla, čo sú čísla, ktoré určujú, ktorý prvok matice elementu prislúcha ktorému uzlu, a v ktorom smere chceme počítat deformácie.

Takto vytvorená globálna matica je symetrická a väčšinou pásová. Pri zložitejších úlohách nemusí vychádzať matica tuhosti s pásovou štruktúrou. Ale aj pri týchto úlohách sa to dá dosiahnuť vhodnou voľbou číslovania uzlov. Väčšina programov už má v sebe procedúry, ktoré vhodným spôsobom očísľujú uzly pre dosiahnutie pásovej matice tuhosti.

Matica tuhosti býva sama o sebe singulárna, a to preto, že matice tuhosti jednotlivých elementov sú singulárne. Z tohto dôvodu rovnice riešené v MKP nemajú jednoznačné riešenie. Toto sa odstraňuje aplikáciou okrajových podmienok, ktoré musia byť v každej riešenej úlohe.

Teraz si uvedieme základnú rovnicu MKP. Tá vychádza z celkovej potenciálnej energie sústavy a následne z jej minimalizácie.

$$\pi = \sum_{e=1}^{nel} \frac{1}{2} \cdot \{U\}^T \cdot [K]^{(e)} \cdot \{U\} - \sum_{e=1}^{nel} \{U\}^T \cdot \{F\}^{(e)} \quad (3.10)$$

$$\pi = \frac{1}{2} \cdot \{U\}^T \cdot [K] \cdot \{U\} - \{U\}^T \cdot \{F\}$$

Po minimalizácii tejto rovnice  $\left(\frac{\partial \pi}{\partial U} = 0\right)$  dostaneme vzťah (3.11).

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\} \quad (3.11)$$

Toto odvodenie platí pre statické úlohy. Ak by sme chceli riešiť dynamickú úlohu využíva sa nasledujúci vzťah.

$$[M] \cdot \{\ddot{U}\} + [B] \cdot \{\dot{U}\} + [K] \cdot \{U\} = \{F\} \quad (3.12)$$

Kde matica  $[M]$  je matica hmotnosti a matica  $[B]$  je matica tlmenia sústavy.

Keď sa pozrieme na vzťah (3.11) môžeme si všimnúť, že tuhostná matica  $[K]$  nám definuje vlastne sústavu lineárnych rovníc. Táto matica nám udáva aký odpor kladie sústava proti deformácii. Bližší pohľad na funkčnosť metódy konečných prvkov v lit. [5], [6], [7], [8].

### 3.1.1.1 Kontakty

V práci sú riešené úlohy, kde je nutné používať mnoho kontaktov, z tohto dôvodu si ich trochu priblížime.

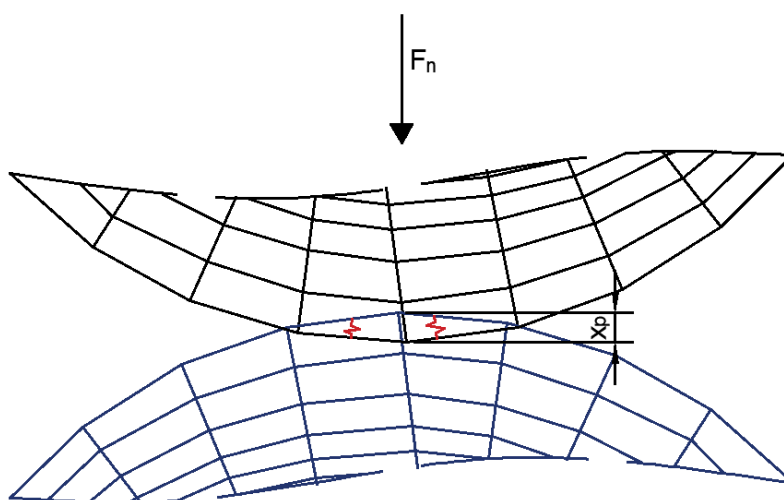
Riešenie kontaktov je veľmi dôležitá a ťažká úloha. Kontakt je nelineárny problém, ktorý značne sťažuje výpočet, pretože musíme popísať správanie elementov pri vzájomnej interakcii čo nie je jednoduchá úloha.

V MKP sa používajú rôzne metódy na výpočet kontaktných úloh ako napr.:

- Penaltná metóda
- Metóda Lagrangeových multiplikátorov
- Rozšírená Lagrangeova metóda
- Multi-Point constraint (MPC metóda)

V práci je použitá rozšírená Lagrangeova metóda, preto sa jej venujeme trochu bližšie.

Rozšírená Lagrangeova metóda by sa dala opísať ako kombinácia Lagrangeovej a penaltnej metódy. V tejto metóde vystupujú Lagrangeove multiplikátory a aj vektor popisujúci penetráciu. Táto metóda má výhodu v tom, že je dobre aplikovateľná aj na zložitejšie úlohy, oproti Lagrangeovej metóde multiplikátorov. Obr. 9 ukazuje kontaktnú úlohu. Vzťah popisujúci tento problém môžete vidieť v rovnici (3.13). [9]



Obr. 9 Kontakt

$$F_n = k_n \cdot x_p + \lambda \quad (3.13)$$

Zvláštnou formuláciou kontaktu je MPC kontakt, ktorý môžeme použiť pre špecifické prípady zlepeného (bonded) spojenia medzi dvomi plochami.

Kontakty môžeme rozdeliť v MKP softvéri (ANSYS) na symetrické a asymetrické. V tejto práci je pre všetky kontakty použitý asymetrický typ kontaktu. Toto správanie kontaktu presne definuje, ktorá plocha bude mať kontaktné elementy, a ktorá plocha bude definovaná ako cieľová (target). Vybrať, ktorá plocha má byť kontakt, a ktorá cieľová nie je vždy jednoduché. Platia niektoré pravidlá a to, že lepšie diskretizovaná oblasť by mala byť kontakt a horšie diskretizovaná by mala byť target. Alebo plocha s nižšou tuhosťou by mala byť kontakt a opačne s vyššou tuhosťou by mala byť target. [10]

### 3.1.2 Nelineárny materiál

V práci je použitý nelineárny typ materiálu, a to pre pryžové puzdro, ktoré drží stabilizátor v svorke. Pre popísanie tohto materiálu je použitý hyperelastický Neo-Hookeanov model. Neo-Hookeanov model je najjednoduchší model pre popísanie veľkých deformácií. Tento model je aplikovateľný pre deformácie v rozsahu 20 – 30 % [11].

### 3.1.3 Riešenie nelineárnej úlohy

Definícia Kontaktov a aj použitie Neo-Hookeanovho modelu znamená, že úloha je riešená ako nelineárna, čo značne zaťažuje jeho výpočet. Pre znázornenie si ukážeme, ako sa dajú riešiť nelineárne úlohy. V nasledujúcom texte ukážeme Newton-Raphsonovu iteračnú metódu riešenia nelineárnych rovníc.

Pre zjednodušenie sa pozrieme iba na statickú úlohu. Nelineárna sústava rovníc sa zapíše v tvare podľa rovnice (3.14).

$$[K(U)] \cdot \{U\} = F \quad (3.14)$$

Matica tuhosti  $[K(U)]$  je v tomto prípade závislá na neznámych parametroch vo vektore  $\{U\}$ . Presné riešenie rovnice (3.14) je:

$$[K(U)] \cdot \{U\} - F = 0. \quad (3.15)$$

Použitím Newton-Raphsonovej metódy ostáva v každej iterácii nejaký zvyšok  $\tilde{R}(\tilde{U})$ . Zapíšeme to takto:

$$[K(U)] \cdot \{U\} - \{F\} = \{\tilde{R}(\tilde{U})\}. \quad (3.16)$$

Pre jednotlivé kroky môžeme napísať:

$$[K(U_i)] \cdot \{U_i\} - \{F_i\} = \{\tilde{R}(\tilde{U}_i)\}. \quad (3.17)$$

Pri riešení chceme dospieť k výsledku, kedy sa  $\tilde{R}(U_{i+1}) \approx 0$ . Môžeme to napísať v tvare

$$\{\tilde{R}(U_{i+1})\} = \{\tilde{R}(U_i + \Delta U_i)\}. \quad (3.18)$$

Prevedieme výraz do Taylorovej rady a využijeme iba jej lineárnu časť.

$$\{\tilde{R}(U_i + \Delta U_i)\} \approx \{\tilde{R}(U_i)\} + \frac{\partial\{\tilde{R}(U_i)\}}{\partial\{U_i\}} \cdot \Delta\{U_i\} \quad (3.19)$$

Teda Newton-Raphsonova metóda používa pre dosiahnutie požadovanej presnosti vzťah:

$$\{\tilde{R}(U_i)\} + \frac{\partial\{\tilde{R}(U_i)\}}{\partial\{U_i\}} \cdot \Delta\{U_i\} = 0. \quad (3.20)$$

Výraz (3.20) môžeme upraviť na tvar:

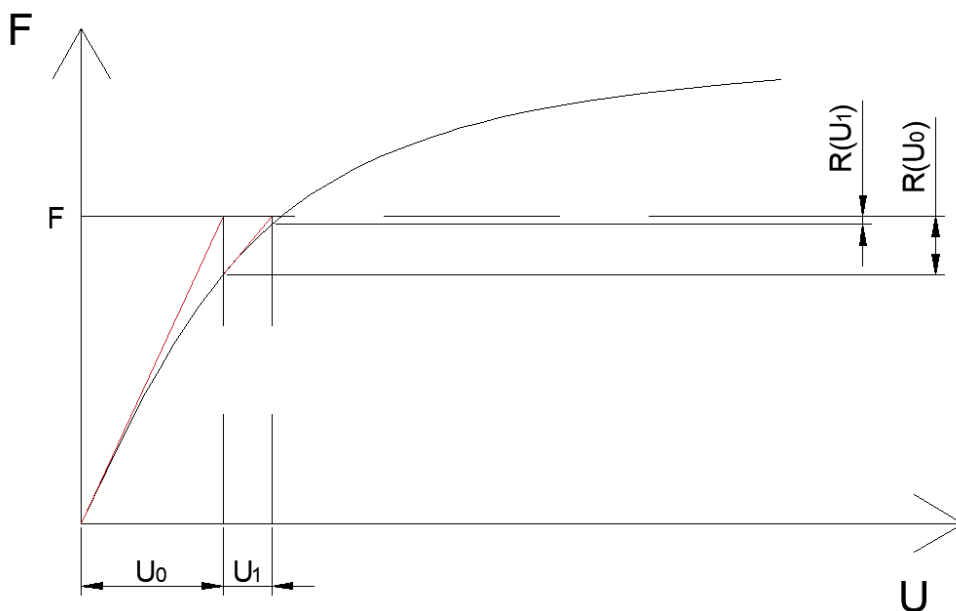
$$\{\tilde{R}(U_i)\} = -\frac{\partial\{\tilde{R}(U_i)\}}{\partial\{U_i\}} \cdot \Delta\{U_i\}. \quad (3.21)$$

Výraz  $-\frac{\partial\{\tilde{R}(U_i)\}}{\partial\{U_i\}}$  sa nazýva dotyčnicová matica tuhosti a označuje sa  $[K_{Ti}]$ .

Takže Newton-Raphsonova metóda má v MKP tvar:

$$\{\tilde{R}(U_i)\} = [K_{Ti}] \cdot \Delta\{U_i\}. \quad (3.22)$$

Z tejto rovnice sa vypočíta  $\Delta\{U_i\}$ . Výpočet sa opakuje dovtedy kým nie je splnená požadovaná presnosť. Grafické znázornenie tejto metódy je na Obr. 10.



Obr. 10 Newton-Raphsonova iterácia

Pre niektoré úlohy môže Newton-Raphsonova metóda zlyhať. V takýchto prípadoch sa používa metóda dĺžky oblúka.

## 4 Popis stabilizátoru

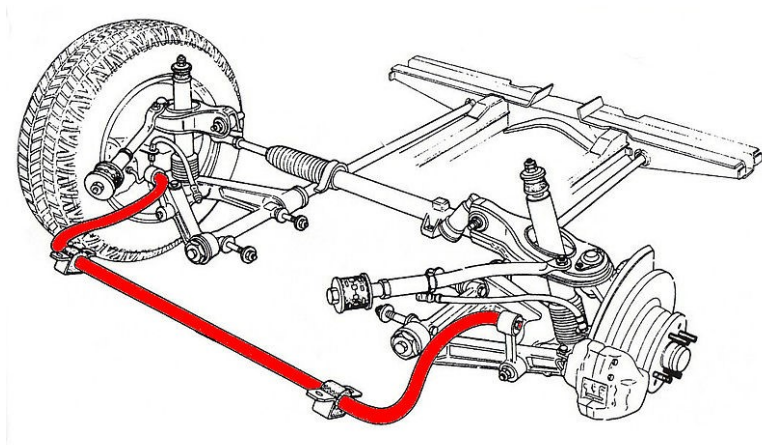
Hlavnou úlohou stabilizátora je znížiť náklony vozidla pri rýchlom zatáčaní alebo zväčšiť komfort jazdy po nerovnej vozovke. Stabilizátor spája dve protiahlé kolesá tyčou. Táto tyč má bežne tvar písmena U. Väčšinou býva namáhaná len na krut, preto sa jej hovorí aj torzná tyč.

Pri prejazde zatáčkou sa znižuje priľnavosť vnútorných kolies vozidla a vozidlo sa tlačí von zo zákruty, k potlačeniu tohto efektu slúži stabilizátor. Pri prejazde zatáčkou sa stabilizátor snaží čo najviac vyrovnať stlačenie pružín na oboch stranách vozidla. Prenáša tak zaťaženie z jedného kolesa na koleso, ktoré je menej zaťažené. Tým dochádza k zvýšeniu tuhosti zavesenia a aj k zmenšeniu náklonu karosérie.

### 4.1 Typy

#### 4.1.1 Torzné stabilizátory

Už vyššie bol priblížený stručný náhľad činnosti stabilizátora. Táto súčasť vozidla má dve hlavné činnosti a to zvýšenie stability vozidla pri prechádzaní cez prekážku, alebo pri prejazde zatáčkou. Ukážku stabilizátora môžete vidieť na Obr. 11.



Obr. 11 Stabilizátor

Zdroj: <https://autoride.sk/vedel-si-naco-sluzi-stabilizator-v-automobile>

Pokiaľ obe kolesa prejdú cez rovnakú prekážku v rovnakom čase, stabilizátor sa iba natočí v úložných puzdrách a nedôjde k skrúcovaniu tyče a tým pádom ani k ovplyvneniu priečnej stability vozu.

Ak na prekážku nadvíde iba jedno z kolies, tak sa rameno stabilizátoru natočí smerom hore. Toto natočenie sa priamou časťou stabilizátoru prenesie aj na druhé rameno stabilizátoru. Toto rameno sa natočí v rovnakom zmysle ako to prvé, následkom čoho dôjde k stlačeniu pružiny, čo má za následok zníženie náklonu karosérie. [12]

Pri prejazde zákrutou sa budú vonkajšie pružiny stláčať viac ako vnútorné. Na vnútornej strane sa bude rameno skrúcať smerom nahor a bude tak pôsobiť proti pružine. Opačné rameno pôjde tiež nahor a bude pôsobiť proti stlačujúcej pružine a tak sa bude naklopenie ďalej zmenšovať.[12]

#### 4.1.2 Kvapalinové stabilizátory

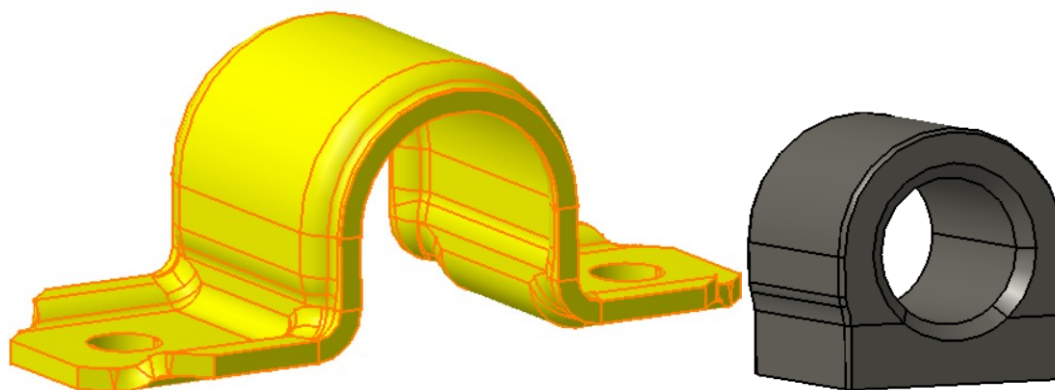
Na každej strane vozidla je umiestnený jeden hydraulický člen. Každému kolesu prislúcha jeden hydraulický valec. Valce sú medzi sebou prepojené. V každom valci je piest, ktorý sa pohybuje v závislosti na naklonení vozidla. Vytlačovaná kvapalina sa vedie cez škrtiaci ventil do opačného priestoru druhého valca, takže sa tento piest pohybuje v rovnakom zmysle ako piest v prvom valci. Toto vyvolá silový účinok, ktorý zmenšuje naklopenie karosérie. [12]

#### 4.1.3 Elektronicky riadené stabilizátory

Tento stabilizátor kombinuje činnosť torzného a kvapalinového stabilizátoru. Tlak kvapaliny je riadený elektronickou riadiacou jednotkou cez ventily a tým dochádza k zmene tuhosti. Pre vyhodnotenie potrebuje riadiaca jednotka informácie o rýchlosti vozidla, bočnom zrýchlení, uhle riadenia a stáčačej rýchlosti. [12]

### 4.2 Uchytenie torzného stabilizátora

Uchytenie stabilizátora je prevedené pomocou svorky a pryžového puzdra, vid' Obr. 12. Namáhanie stabilizátora je cez tieto súčasti prenášané do nápravy a následne do podvozku. Celé uchytenie ako aj stabilizátor sú dynamicky namáhané súčasti. Tieto komponenty stabilizátora sú jeho najkritickejšími súčastami. Svorka sa testuje z pohľadu životnosti, aby sme sa uistili, že počas celej navrhovanej životnosti vydrží a nedôjde k lomu.



Obr. 12 Zjednodušený model svorky a pryžového puzdra stabilizátora

## **5 Úvod a súčasný stav problematiky**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].



## **6 Analýza veľkosti dosky na napätosť svorky**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].

## **7 Analýza závislosti tuhosti dosky na napätosť svorky**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].

## **8 Testovanie**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].

## **9 Návrh testovacieho prípravku**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].

## **10 Záver**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].

## 11 Literatúra

- [1] Macura, P – Fojtík, F. *Experimentální metody v mechanice*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2013. 186 s. ISBN 978-80-248-3018-6.
- [2] Vojáček, A.. *Odporové tenzometry - princip, provedení, použití, historie* [online]. [cit. 09.11.2018]. Dostupné z: <https://automatizace.hw.cz/foliove-odporove-tenzometry-princip-provedeni-pouziti-historie.html>
- [3] *Strain Gage Installations with M-Bond 200 Adhesive* [online]. 1-4 [cit. 09.11.2018]. Dostupné z: <http://www.vishaypg.com/docs/11127/11127B127.pdf>
- [4] *Lepení křemíkových odporových tenzometrů VTS Zlín a zapojování jejich vývodů do měřících řetězců* [online]. [cit. 09.11.2018]. Dostupné z: <https://vtsz.cz/image.ashx?i=157314.pdf&fn=>
- [5] Rieg, F – Hackenschmidt, R. – Albert-Laukant, B. *Finite Element Analysis for Engineers*. Nemecko: Kösel, Krugzell. 2014. 719 s. ISBN 978-1-56990-487-9.
- [6] Lenert, J. *Úvod do metody konečných prvků*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 1999. 110 s. ISBN 80-7078-686-8.
- [7] Gavin, H.. *Mathematical Properties of Stiffness Matrices* [online]. 1-10 [cit. 09.11.2018]. Dostupné z: <http://people.duke.edu/~hpgavin/cee421/matrix.pdf>
- [8] HATCH, M. R. *Vibration simulation using MATLAB and ANSYS: Chapter 13 Finite elements: Stiffness matrices* [online]. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2001. [cit. 09.11.2018]. ISBN 1-58488-205-0. Dostupné z: [http://read.pudn.com/downloads153/sourcecode/math/671624/vibrationMatlabAnsys/C2050\\_PDF\\_C13.pdf](http://read.pudn.com/downloads153/sourcecode/math/671624/vibrationMatlabAnsys/C2050_PDF_C13.pdf)
- [9] ANSYS® 19.1, *Help system, Contact Formulation Theory* [online]. [cit. 11.11.2018]. Dostupné z: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb\\_sim/ds\\_contact\\_theory.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_sim/ds_contact_theory.html)
- [10] ANSYS® 19.1, *Help system, Designating Contact and Target Surfaces* [online]. [cit. 11.11.2018]. Dostupné z: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_ctec/Hlp\\_ctec\\_dessurf.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_ctec/Hlp_ctec_dessurf.html)
- [11] ANSYS® 19.1, *Help system, Hyperelasticity* [online]. [cit. 11.11.2018]. Dostupné z: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/18.2.2/en-us/help/ans\\_thry/thy\\_mat5.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/18.2.2/en-us/help/ans_thry/thy_mat5.html)
- [12] Karola E. *Tlumiče a stabilizátory*, Střední odborná škola Otrokovice. [online]. [cit. 10.3.2019]. Dostupné z: <https://slideplayer.cz/slide/3785269/>
- [13] Konečný, M. *Vývoj uchytenia testovacieho zariadenia pre kontrolu odolnosti svorky stabilizátoru*, Technická správa. Ostrava: Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojná, Katedra aplikovanej mechaniky, 2019, 57 s.

## **Podakovanie**

Rád by som sa poďakoval vedúcemu diplomovej práce doc. Ing. Jiřímu Podešvovi, Ph. D za odborné vedenie a za pomoc pri riešení diplomovej práce. Ďalej by som sa rád poďakoval vedúcemu z firmy Ing. Lubošovi Pečenkovi, Ph.D za veľmi dobrú spoluprácu a za cenné rady pri riešení práce. Tiež sa chcem poďakovať Ing. Františekovi Fojtíkovi, Ph.D. za pomoc pri experimentálnom meraní.

## **12 Prílohy**

Obsah tejto kapitoly je neverejný a na žiadosť firmy, pre ktorú bola táto diplomová práca zhotovená je zaradený do technickej správy, ktorá je neverejnou prílohou diplomovej práce [13].